

# ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΠΕΡΙΣΚΟΠΙΟ



# STATISTICAL PERISCOPE

## Από τον Editor

Καλώς ήρθατε από τις διακοπές! Όσοι τα κατάφεραν και άλλαξαν παραστάσεις, επέστρεψαν στα ίδια και ξανά μανά, μεροδούλι μεροφάι, Στατιστική! Το ΠΕΡΙΣΚΟΠΙΟ μας, όπως έχει διαμορφωθεί με τη νέα του ηλεκτρονική μορφή, θέλει να επεκταθεί και αποκτά 2 νέες στήλες.

Σε μια εποχή γενικής συρρίκνωσης, πολυλογίας για τα ίδια, εμείς επιλέγουμε και πραγματοποιούμε ανάπτυξη. Πολλοί μιλάνε για ανάπτυξη, μα τα Στατιστικά στοιχεία δεν μας πείθουν. Μετά την διαμόρφωση της στήλης «Διάφορα Στατιστικά και άλλα» συνεχίζουμε στο τεύχος 49, το τρίτο για τον νέο εκδότη συνάδελφο Χρήστο Κίτσο, με την προσθήκη δύο νέων στηλών:

- ▶ Η στήλη του φοιτητή
- ▶ Η γωνιά του μαθητή

Σπεύδουμε να σας ενημερώσουμε για τις δυο αυτές στήλες. Θα περιέχουν στοιχεία κατάλληλα για τους φοιτητές και τους μαθητές. Το τι (και αν) διδάσκεται ως Στατιστική στα σχολεία είναι κάτι που μας αφορά, νομίζω. Επί πλέον και οι φοιτητές, πρέπει να συνδεθούν με το ΕΣΙ. Όσο έχετε μεταπτυχιακούς φοιτητές σας παρακαλώ να ειδοποιηθούν να δώσουν το e-mail τους στην Γραμματεία. Για όποια πληροφορία θέλετε να προσφέρεται σχετική με τα θέματά μας, καθώς και συμβολή στην έκδοση των τευχών και της ύλης στο ΠΕΡΙΣΚΟΠΙΟ απευθυνθείτε στο [xkitsos@teiath.gr](mailto:xkitsos@teiath.gr). Ευχαριστώ ιδιαίτερος τους συναδέλφους Στρατή Κουνιά και Τάκη Παπαϊωάννου, που προσφέρουν υλικό στο ΠΕΡΙΣΚΟΠΙΟ.

Θα προσπαθήσω το επόμενο τεύχος, το 50<sup>ο</sup>, να είναι γιορτινό. Να εορτάσουμε τα 50 τεύχη, θα είναι και κοντά στις γιορτές...Οπότε (παρα)καλούνται ΟΛΟΙ να προσφέρουν μικρά άρθρα, από τις αναμνήσεις στους, εμπειρίες τους, απόψεις τους.

Θα σας περιμένω στο [xkitsos@teiath.gr](mailto:xkitsos@teiath.gr) για την επικοινωνία και συμβολή σας, με την υπενθύμιση της θεματογραφίας,

του στόχου του περιοδικού μας, και του περιορισμένου χώρου που διαθέτουμε.

XK

## Στατιστικό Ημερολόγιο

2012 IEEE IEEM conference  
**2012 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management**

(Quality Control, Reliability, etc)  
 Hong Kong, 10-13 December 2012  
[www.ieem.org](http://www.ieem.org)

**5th International Congress on Image and Signal Processing (CISP 2012) and 2012 5th International Conference on BioMedical Engineering and Informatics (BMEI 2012)**, to be jointly held from 16-18 October 2012, in Chongqing, China. May 29 – June 1, 2012

conference web page

<http://cisp-bmei.cqupt.edu.cn>

Information and Communication Technologies and Applications ICTA 2012 November 13th - 16th, 2012 - Orlando, Florida, USA

[www.2012-falliiisconfer.org/cfp](http://www.2012-falliiisconfer.org/cfp)

**The 2nd International Conference on Design and Modeling in Science, Education, and Technology: DeMset 2012**

extended the submission deadline up to \*September 24th, 2012\* of the following collocated events, to be held in Orlando, Florida, USA, on November 13 - 16, 2012. The general call for participation at

[www.2012-falliiisconfer.org/cfp-fall2012](http://www.2012-falliiisconfer.org/cfp-fall2012)

Computing & Statistics (ERCIM 2012)

1-3 Dec 2012, Ovideo Spain

[www.cge-csda.org/ercim12/](http://www.cge-csda.org/ercim12/).

### 2012 International Conference on

**Electronic Engineering and Information Engineering**

**(ICEI)**

Shenzhen, China, 27-28 December, 2012

<http://www.icei-conf.org/>

Online submission system:  
<https://www.easychair.org/conferences/?conf=icei2012>

## Διάφορα Στατιστικά και άλλα

### Σταματέλος Νίκος

Πήρα και δημοσιεύω αυτούσια την πιο κάτω επιστολή. Τον ευχαριστώ ειλικρινά το συνάδελφο *Δημήτρη Ιωαννίδη*.

Με τον άτυχο συνάδελφο **Γιώργο Σταματέλο** βρεθήκαμε μαζί το 1975-1976 στο Παν. της Πάτρας και μοιραστήκαμε τις ίδιες προσδοκίες. Παραθέτω όλα όσα μου στάλθηκαν, με κάποια συντόμηση στο ένα κείμενο.

Αγαπητέ Χρήστο,

Την τελευταία Παρασκευή (31/8/12) στην Θεσσαλονίκη έφυγε ένας πολύ καλός συνάδελφος μας ο **Γιώργος Σταματέλος**.

Έτυχε να παραβρεθώ, όπου μαζί με την θλίψη μου για τον φίλο μου, είχα και μια επί πλέον θλίψη για τους Ακαδημαϊκούς που αλλού γεννιούνται, αλλού ζουν και αλλού καταλήγουν χωρίς να είναι κάποιος από τον περίγυρο τους κοντά τους, κατά την αναχώρηση τους από αυτή την ζωή. Σαν ένδειξη σεβασμού στον εκλιπόντα σου μεταφέρω τον αποχαιρετισμό του δασκάλου του Γ. Ρούσσα και με την επιθυμία του να συμπεριληφθεί στο Στατιστικό Περισκόπιο.

Με δική μου πρωτοβουλία σου στέλνω και ένα μικρό βιογραφικό του, αν τυχόν χρειασθεί.

Σε ευχαριστώ πολύ.

Είμαι στην διάθεση σου για οτιδήποτε

Δημ Ιωαννίδης  
Τμήμα Οικονομικών  
Παν/μιο Μακεδονίας

<http://users.uom.gr/~dimioan/>

Ο **Σταματέλος Γιώργος** γεννήθηκε στην Λευκάδα το 1945. Σπούδασε Μαθηματικά στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης (1966-1971), και στην συνέχεια εργάστηκε σαν βοηθός στην Α' Έδρα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Πατρών με διευθυντή τον καθηγητή Γ. Ρούσσα.

Το 1981 υπό την επίβλεψη του Γ. Ρούσσα έλαβε το διδακτορικό του δίπλωμα από το Πανεπιστήμιο Πατρών με θέμα στην Συνάφεια Πιθανοθεωρητικών Μέτρων σε Μαρκοβιανές Αλυσίδες. Συνέγραψε δυο βιβλία Ασκήσεων σε Πιθανότητες και στην Στατιστική, και είχε δημοσιευμένο έργο στο Bulletin Mathematical Statistics, στο Geek Bulletin of Mathematics κτλ.

Διετέλεσε Λέκτορας στο Πανεπιστήμιο Πατρών έως το 1984 και στην συνέχεια εκλέχτηκε Καθηγητής στο ΤΕΙ Θεσσαλονίκης, όπου και υπηρέτησε έως τον θάνατο του στις 31/8/2012.

### Αποχαιρετίσμα στον Γιώργο Σταματέλο

Αγαπητέ μου Γιώργο,

Μόλις πληροφορήθηκα την επιβίβαση σου για την αντίπερα όχθη του Αχέροντα.

Η τεράστια απόσταση που μας χωρίζει δεν συντέλεσε στην άμβλυνση της βαθείας λύπης μου και συντριβής.

Ναι, αυτός είναι ο μονόδρομος στη ζωή μας, που όλοι μας θα περπατήσουμε. Αλλά γιατί θα έπρεπε ο Γιώργος Σταματέλος να φύγει πρόσκαιρα και κυρίως κάτω από αυτές τις συνθήκες;

Γιατί ενάρετος άνθρωπος, όπως ο Γεώργιος Σταματέλος, υποδείγματα εντιμότητας και αξιοπρέπειας, θα πρέπει να υποβάλλονται σε τέτοιες δοκιμασίες και για τόσο χρόνο; Μολονότι γνωρίζω πολύ καλά τις θρησκευτικές και φιλοσοφικές

πεποιθήσεις σου, θα αποτολμήσω να διερωτηθώ :  
είναι τούτο δίκαιο.

.....  
.....

Άνθρωποι εμφορούμενοι από τις δικές σου ηθικές αρχές και με τη δική σου υποδειγματική ακεραιότητα δεν μπορεί παρά να ενταχθούν μεταξύ των δικαίων στο χώρο του υπερπέραν. Τούτο επιτάσσει κοινή ανθρώπινη λογική και αυτό διδάσκει και η θρησκεία μας.

Με την αναχώρηση σου, αφήνεις βαθιές πληγές στην οικογένεια σου, αλλά και δυσβάστακτη λύπη στους πραγματικούς φίλους σου.

Καλό ταξίδι , αγαπητέ Γιώργο !

Ο δάσκαλος , συνεργάτης και φίλος σου,

Γεώργιος Ρούσσας

Σεπτέμβριος 2012

## Πανταζίδης Νίκος

Στο προηγούμενο τεύχος 48 δημοσιεύσαμε για τον φίλτατο συνάδελφο Νίκο Πανταζίδη. Δυστυχώς σας ανακοινώνω ότι ο άξιος συνάδελφος (διετέλεσε και Αναπ. Γεν Διευθυντής της ΕΣΥΕ) δεν είναι πλέον μαζί μας.

## Norbert Victor (1940-2011)

Ο τόμος 56 (5), 1 Μαΐου 2012 του Computational Statistics & Data Analysis, αναφέρεται σε θέματα Computational Statistics for Clinical Trials. Είναι λοιπόν κατανοητό γιατί έχει πλήρες αφιέρωμα στον Professor Dr. rer.nat. h.c. Norbert Victor (1940-2011) γραμμένο από τον Dr Lutz Edler, του Ινστιτούτου Καρκίνου της Γερμανίας (DKFZ), από το οποίο φιλοξενήθηκε πολλές φορές. Είχα την τύχη να γνωρίσω τον Norbert και να συνεργασθώ στενά με τον Lutz, αφού η Στατιστική επιδιώκει να επιλύσει ή να συνεισφέρει στα προβλήματα του Καρκίνου. Το DKFZ και η Βιοστατιστική του ομάδα εργάζονται στα θέματα αυτά άοκνα και μεθοδικά..

## Εργασιακά

Ο συνάδελφος και μέλος του ΔΣ Στρατής Κουινιάς μας ενημέρωσε για την ύπαρξη νέων θέσεων εργασίας σε διεθνή Πανεπιστήμια . Ανάμεσα σε αυτά ήταν

### King Abdullah University of Science and Technology (KAUST)

KAUST (King Abdullah University of Science and Technology)

**Location** Thuwal, Jeddah, Saudi Arabia

### California State University

Various Disciplines/Departments

**Location** Camarillo, CA

### University of Chicago

Inst. of Genomics and Systems Biology and Computation Inst.

**Location** Chicago, IL

### Griffith University

Smart Water Research Centre

**Location** Gold Coast, Queensland, Australia

### Xi'an Jiaotong-Liverpool University

Mathematics and Physics Centre

**Location** Suzhou, Jiangsu, China

Δυστυχώς ουδέν νεώτερον από το μέτωπο προκήρυξης θέσεων από τα Ελληνικά Τριτοβάθμια Ιδρύματα (ΑΕΙ και ΤΕΙ).

## Ενημερωτικά

Ευχαριστούμε για την εξής ευχάριστη ενημέρωση από τον συνάδελφο και μέλος του ΔΣ Τάκη Παπαϊωάννου:

“Η Μαρία Κατέρη εξελέγη καθηγήτρια (έδρα Στατιστικής και Στοχαστικής Μοντελοποίησης) στο Institute of Statistics, University of Aachen, Γερμανία.”

Της ευχόμαστε καλή επιτυχία.

Όσο για το τι εστί Aachen «τα λόγια είναι περιττά», θα συμπλήρωνα .

Ο συνάδελφος Αλέξανδρος Καραγρηγορίου υπενθυμίζει ότι είναι το έτος της Στατιστικής φέτος και υπάρχουν δυνατότητες συνεργασιών. Ας το χρησιμοποιήσουμε αυτό, απευθυνόμενοι για ενημέρωση στην ηλεκτρονική διεύθυνση <http://statistics2013.org/>

Ο συνάδελφος Τάκης Παπαϊωάννου, για το έτος Στατιστικής, μας ανέφερε κι άλλη διεύθυνση, καθώς και σχετική επιστολή, για όσους θα ήθελαν να αναρτήσουν poster

<http://www.amstat.org/misc/IYSTATPoster.pdf>

Με χαρά πληροφορηθήκαμε ότι ο συνάδελφος Μίλτος Χαλικιάς έγινε (χαζο)πατέρας ενός υπέροχου μικρού! Ευχόμαστε σε αυτόν και στην μητέρα κάθε χαρά, ευτυχία και κουράγιο.

Ο συνάδελφος Χρήστος Κίτσος διοργάνωσε το session του ISBIS στο συνέδριο COMPSTAT2012, 27-31 Aug, στην Λεμεσό, Κύπρο. [www.compstat2012.org/](http://www.compstat2012.org/)

Με κάποια καθυστέρηση σας ενημερώνουμε ότι οι συνάδελφοι Χ. Ευαγγελάρας, Κ. Πετρόπουλος, Β. Πιπερίγκου εκλέχτηκαν Επίκουροι Καθηγητές. Τους ευχόμαστε πάντα χαρές και καλή συνέχεια.

## Ιστορικά

Η ανάπτυξη της Στατιστικής δεν είναι φυσικά ανεξάρτητη της ανάπτυξης των άλλων επιστημών. Η θεωρία των λογαρίθμων από τον Σκότω Μαθηματικό και Θεολόγο John Napier έδωσε αφορμή στην μεθόδευση πολύπλοκων υπολογισμών. Άρα και στην προσπάθεια μηχανικού τρόπου αντιμετώπισης τους, που επετεύχθη τελικά με το «κανόνα» γύρω στο 1620 από τον William Oughtred. Ο Ερρίκος ο 8<sup>ος</sup> (Henry VIII) ανάμεσα στα ποικίλα ενδιαφέροντα του, ανησύχησε για την μείωση του πληθυσμού στο Λονδίνο, από την πανώλη, και διέταξε τους ιερείς να καταγράφουν τους γάμους και τους θανάτους το 1538. Το 1625 μηνιαία, μα και πολλές φορές εβδομαδιαία, στοιχεία γεννήσεων και θανάτων τηρούνται στο Λονδίνο. Είναι αξιοσημείωτος σταθμός η εργασία του John Graunt στη Royal Society το 1661 με θέμα Natural and Political Observations on Bills of Mortality. Το 1623 ο William Schichard (1592-1635) παρουσίασε μια «μηχανή» αριθμητικών πράξεων επηρεασμένος από τον Kepler. Σημαντικό όμως βήμα στην ανάπτυξη των Η/Υ επετεύχθη με τον Γάλλο μαθηματικό, φυσικό, φιλόσοφο Blaise Pascal (1623-1662).

Ο Pascal κατάφερε στα 39 χρόνια που έζησε να εντυπωσιάσει την επιστήμη. Με την Pascalina δε έδωσε μια τεράστια ώθηση στις υπολογιστικές μηχανές, προσπαθώντας να βοηθήσει τον εφοριακό πατέρα του. Είναι γνωστή η ιστορία του Pascal με τον χαρτοπαίκτη κόμη Chevalie de Mere, την επικοινωνία του με τον Piere de Fermat (1601-1654) για τον ορισμό της Πιθανότητας.

Την προσπάθεια του Pascal για υπολογιστική μηχανή διαδέχθηκε εκείνη του Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), ο οποίος έγινε καθηγητής στο Πανεπιστήμιο της Νυρεμβέργης σε ηλικία 20 ετών. Το 1672 όντας στο Παρίσι, επικοινωνήσε με τον Δανό αστρονόμο Huggens, και για να τον βοηθήσει στις πράξεις έφτιαξε την δική του μηχανή το 1673.

Το 1791 γεννήθηκε ένας εκκεντρικός Βρετανός που απέκτησε φήμη με την οξυδέρκειά του. Διατήρησε στο Cambridge την ίδια έδρα Μαθηματικών που κάποτε κατείχε ο Isaak Newton. Το όνομά του Charles Babbage. Ο Babbage προηγήθηκε της εποχής του. Το 1822 δημοσίευσε μια εργασία που αφορούσε μια μηχανή, η οποία θα μπορούσε να υπολογίζει και να τυπώνει μακροσκελείς πίνακες. Τέτοιοι ήταν οι στατιστικοί πίνακες της εποχής.

Κατασκεύασε την Diffence Engine, το 1833, πρότεινε την Analytical Engine, και είχε την συνδρομή της κόμισσας του Lovelace, Augusta Ada Byron, κόρης του Lord Byron. Η επιστήμη έδωσε το όνομα Ada σε μια γλώσσα Η/Υ το 1980. Η εποχή εκείνη δεν είχε μόνο ρομαντισμό, με την σχετική ποίηση. Μα και ...Στατιστική παρέμβαση από τον δραστήριο Babbage, βασικό συνιδρυτή της Royal Statistical Society (δες τεύχος 47). Όταν έμαθε για ένα ποίημα ο Babbage έστειλε την εξής επιστολή στον ποιητή Lord Tennyson

Sir,

In your otherwise beautiful poem (The vision of Sin) there is a verse which reads

“Every moment dies a man,  
Every moment one is born”

Obviously, this cannot be true and I suggest that In the next edition you have it read

“Every moment dies a man,  
Every moment 1 1/16 is born”

Even this value is slightly in error but should be Sufficient accurate for poetry.

*Charles Babbage*

**Πηγή στοιχείων :** Χ. Κίτσος,(1995). Υπολογιστική Στατιστική.

## Βιβλιοθήκη του ΕΣΙ

Οι συνάδελφοι που δανείστηκαν βιβλία από την βιβλιοθήκη μας, ας μας ενημερώσουν μέχρι πότε τα θέλουν, αν τα έχουν ακόμη. Όσοι αμφιβάλουν τι έχουν και τι θα έπρεπε να είχαν ας επικοινωνήσουν με την Γραμματεία.

Όσοι επιθυμούν να δωρίσουν βιβλίο τους στην βιβλιοθήκη του ΕΣΙ...ας το πραγματοποιήσουν.

## Η στήλη του φοιτητή

Ο σκοπός αυτής της νέας στήλης είναι να αναφέρεται στον ενδιαφερόμενο φοιτητή για θέματα της Στατιστικής. Είτε φοιτητές Μαθηματικοί με ενδιαφέρον στην Στατιστική, είτε φοιτητές τμημάτων Στατιστικής, καθώς και Μεταπτυχιακοί φοιτητές, μπορούν να βρίσκουν κάποια ενδιαφέροντα θέματα, καθώς και σχετική ενημέρωση. Θα παρουσιάζει λοιπόν η **στήλη του φοιτητή** στατιστικά θέματα με απλό και κατανοητό τρόπο καθώς και νέα που ίσως ενδιαφέρουν όσους θα ήθελαν να ασχοληθούν με τη Στατιστική.

Στην παρούσα στήλη αναπτύσσονται οι:

### ► Αποκομμένες Κατανομές

(truncated distributions)

Ας υποθέσουμε ότι η τυχαία μεταβλητή  $X$  παριστά την διάρκεια ζωής μιας συνιστώσας ενός ηλεκτρονικού συστήματος. Υποτίθεται ότι η  $X$  ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο  $\mu = 4$  και διασπορά  $\sigma^2 = 4$ , δηλ.  $X \sim \mathcal{N}(4, 4)$ . Αν θεωρηθεί ότι ζητείται η πιθανότητα  $\Pr\{X < 0\}$  τότε, με τη βοήθεια της τυποποιημένης κατανομής, θα είναι

$$\begin{aligned}\Pr\{X < 0\} &= \Pr\left\{\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{0-4}{2}\right\} \\ &= \Pr\{Z < -2\} = \Phi(-2) \\ &= 0.023\end{aligned}$$

με  $\Phi$  την αθροιστική συνάρτηση κατανομής (α.σ.κ.) της τυποποιημένης  $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$ . Έτσι, ο θεωρητικός υπολογισμός είναι μεν απλός, όμως πρακτικά είναι χωρίς σημασία. Δεν έχει καμία φυσική σημασία ο υπολογισμός αρνητικού χρόνου ζωής!

Η ανάπτυξη αυτού του παραδείγματος μας οδηγεί στο να σκεφθούμε ένα τρόπο να υπερκεράσουμε τέτοιες περιπτώσεις. Οδηγούμαστε στον ορισμό της αποκαλούμενης *αποκομμένης κατανομής*

(truncated distribution). Για την κανονική ο ορισμός είναι:

**Ορισμός 1.** Θα λέμε ότι η τυχαία μεταβλητή  $X$  ακολουθεί την κανονική κατανομή αποκομμένη αριστερά στο σημείο  $x = \tau$  αν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.)  $f$  της  $X$  είναι της μορφής

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{αν } x < \tau, \\ A_\tau \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, & \text{αν } x \geq \tau. \end{cases} \quad (1)$$

Επειδή θα πρέπει να είναι  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$  (\*), από τον ορισμό της σ.π.π, η σταθερά κανονικοποίησης  $A_\tau$  θα είναι

$$A_\tau = \left[1 - \Phi\left(\frac{\tau-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1}.$$

Σαν σταθερά κανονικοποίησης νοείται, πρακτικά, εκείνη η τιμή μιας σταθεράς η απαραίτητη για να ισχύει ο ορισμός (\*)

Βάσει των πιο πάνω θα μπορούσαμε, για το παράδειγμα που συζητήσαμε στην αρχή, να ορίσουμε σαν σ.π.π. την συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{αν } x < 0, \\ A_0 \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-4}{4}\right)^2}, & \text{αν } x \geq 0, \end{cases} \quad (2)$$

όπου το  $A_0$  υπολογίζεται ως

$$A_0 = \left[1 - \Phi\left(\frac{0-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1} = \frac{1}{\Phi(2)} = ?.$$

**Άσκηση 1.** Παραστήσατε γραφικά την (2) με τη χρήση κάποιου υπολογιστικού πακέτου (π.χ. MATLAB).

Όπως ορίστηκε η αποκοπή αριστερά μέσω του (1), θα οριστεί δικά και για δεξιά, ως εξής:

**Ορισμός 2.** Θα λέμε ότι η τυχαία μεταβλητή  $X$  ακολουθεί την κανονική κατανομή αποκομμένη δεξιά στο σημείο  $x = \rho$  αν η σ.π.π.  $f$  της  $X$  είναι της μορφής

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{αν } x > \rho, \\ A_\rho \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, & \text{αν } x \leq \rho, \end{cases} \quad (3)$$

με  $A_\rho = \Phi\left(\frac{\rho-\mu}{\sigma}\right)^{-1}$ , για το ίδιο λόγο όπως πιο πάνω.

**Άσκηση 2.** Να υπολογισθεί η αναμενόμενη τιμή της κανονικής κατανομής αποκομμένης δεξιά  $X$  όπως πιο πάνω.

Είναι διαδοχικά από τον ορισμό της αναμενόμενης τιμής, τον Ορισμό 2, και την γνωστή αντικατάσταση για την τυποποιημένη κανονική.

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx && \text{(ορισμός)} \\ &\stackrel{(3)}{=} \Phi\left(\frac{\rho-\mu}{\sigma}\right)^{-1} \int_{-\infty}^{\rho} \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \\ &= \left[ \sqrt{2\pi}\Phi\left(\frac{\rho-\mu}{\sigma}\right) \right]^{-1} \int_{-\infty}^{\frac{\rho-\mu}{\sigma}} (t\sigma + \mu)e^{-\frac{1}{2}t^2} dt \\ &= \Phi\left(\frac{\rho-\mu}{\sigma}\right)^{-1} \left[ \mu\Phi\left(\frac{\rho-\mu}{\sigma}\right) + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{\rho-\mu}{\sigma}} te^{-\frac{1}{2}t^2} dt \right] \\ &= \mu + \left[ \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma} \Phi(\rho_0) \right]^{-1} \left( -e^{-\frac{1}{2}t^2} \right) \Big|_{t=-\infty}^{\rho_0} \\ &= \mu - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \Phi(\rho_0)^{-1} e^{-\frac{1}{2}\rho_0^2}, \quad \rho_0 = \frac{\rho-\mu}{\sigma}. \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι πάντοτε η αναμενόμενη τιμή της αποκομμένης δεξιά  $X$  είναι μικρότερη ή ίση της αναμενόμενης τιμής της μη-αποκομμένης, όπως και περιμέναμε να ισχύει, δηλ.  $E(X) \leq \mu$ . Η ισότητα ισχύει φυσικά όταν  $\rho \rightarrow +\infty$ , δηλ. όταν η  $X$  παύει να είναι πια αποκομμένη.

**Άσκηση 3.** Να υπολογιστεί η αναμενόμενη τιμή της  $X$  όπως στην (1) (σε αυτή την περίπτωση θα ισχύει  $E(X) \geq \mu$ ).

**Άσκηση 4.** Ποια η αναμενόμενη τιμή της αποκομμένης  $X$  αριστερά στο μηδέν, όπου  $X \sim \mathcal{N}(4,4)$ ;

Ο ενδιαφερόμενος φοιτητής θα μπορούσε να αναφερθεί και σε άλλες αποκομμένες κατανομές, πέρα από την κανονική. Μια πρώτη βοήθεια μπορεί να αναζητήσει στην wikipedia στο truncated distribution, truncated normal distribution.

## Η γωνιά του μαθητή

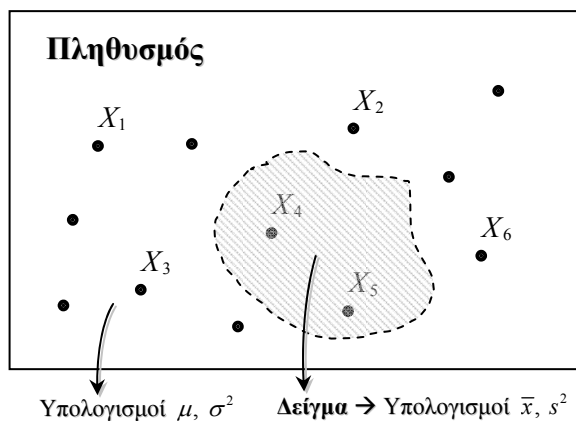
Σε πάρα πολλές περιπτώσεις η ύλη της Στατιστικής δεν καλύπτεται στα σχολεία, με διάφορες δικαιολογίες. Δεν είναι του παρόντος να συζητηθεί αυτό. Θα προσπαθήσουμε, με την στήλη αυτή, να βοηθήσουμε τους μαθητές που θέλουν να καταλάβουν ορισμένες έννοιες. Εδώ

συζητάμε τη διαφορά μεταξύ των εννοιών του πληθυσμού και του δείγματος.

Από όλο τον πληθυσμό, από το σύνολο των χαρακτηριστικών που επιθυμούμε να μετρήσουμε, όπως φαίνεται στο Σχήμα, επιλέγεται ένα μέρος – ένα τμήμα–, το δείγμα. Ένα τέτοιο σύνολο είναι πχ τα ύψη των μαθητών μιας τάξης, το εισόδημα των πολιτών μιας πόλης κλπ, και ένα δείγμα είναι ένα μέρος του πληθυσμού. Το πώς επιλέγεται αυτό το δείγμα, το οποίο δεν είναι μονοσήμαντο, καθώς και το μέγεθός του σε σχέση με όλον τον πληθυσμό είναι θέμα πολύπλοκο. Αναπτύσσεται ειδικά από τον κλάδο της Στατιστικής Δειγματοληψίας (Sampling). Σημειώνεται ότι, στην θεωρητική αντιμετώπιση και μελέτη, οι «μονάδες» του πληθυσμού παρίστανται με κεφαλαία γράμματα, ενώ εκείνες του δείγματος με μικρά. Στο δείγμα οι μονάδες που επελέγησαν έχουν γνωστή τιμή. Αν καταμετρηθούν όλες οι μονάδες του πληθυσμού, τότε αναφερόμαστε σε απογραφή, όταν επιλέγεται ένα μέρος, αναφερόμαστε σε δείγμα. Η κακή επιλογή των μονάδων του δείγματος (που θα αποτελούν τελικά το δείγμα) οδηγεί σε λάθος συμπεράσματα. Αυτό φαίνεται από το εξής πολύ απλό παράδειγμα: Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να μάθουμε ποια ποδοσφαιρική ομάδα δηλώνουν ότι υποστηρίζουν οι ερωτώμενοι Αθηναίοι σε ένα δείγμα 100 ατόμων. Αναλαμβάνουν λοιπόν να πραγματοποιήσουν την “έρευνα” τρεις μαθητές. Ο ένας πάει στους Αμπελόκηπους, ο άλλος στη Νέα Φιλαδέλφεια και ο τρίτος στον Πειραιά. Αντιλαμβάνεσθε ότι ο καθένας μαθητής θα πάρει εντελώς διαφορετικές απαντήσεις.

Η ιδέα του δείγματος είναι σύγχρονη. Αρχίσαμε να χρησιμοποιούμε δείγματα μετά το Παγκόσμιο Συνέδριο Στατιστικής το 1900. Αυτή είναι και η θεμελιώδης διαφορά μεταξύ της Στατιστικής και των άλλων θετικών επιστημών: Η Στατιστική είναι επιστήμη επαγωγική. Αυτό σημαίνει ότι βγάζει συμπεράσματα για το “όλον” από το “επιμέρους”. Όλες οι άλλες επιστήμες είναι απαγωγικές, δηλ. θεωρούν πως ότι ισχύει γενικά στο “όλον”, ισχύει και στο “επιμέρους”. Παράδειγμα: η μαθηματική ταυτότητα  $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$  ισχύει για κάθε  $\alpha$  και  $\beta$ . Επομένως, θα ισχύει και για μια ειδικότερη σχέση, όπως π.χ. η  $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ . Αυτό δεν ισχύει στην Στατιστική. Συνήθως οι πιο χαρακτηριστικές παράμετροι που υπολογίζονται σε ένα πληθυσμό ή δείγμα είναι ο (αριθμητικός) μέσος και η διασπορά. Σημειώνεται ότι ο συμβολισμός είναι διαφορετικός σε πληθυσμό και

δείγμα – δεξ Σχήμα – στο «Υπολογισμοί» το πρώτο σύμβολο αφορά τον μέσο και το δεύτερο την διασπορά. Η ιδέα ότι η Στατιστική απαιτεί πολύπλοκους υπολογισμούς έχει σήμερα μετατραπεί, χάρις στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, που αποτελούν απαραίτητο συμπλήρωμα της εκπαίδευσης ενός Στατιστικού. Θα ασχοληθούμε με αυτά σε επόμενο τεύχος.



Ελληνικό Στατιστικό Ινστιτούτο, Σολωμού 5, 10683 Αθήνα  
Τηλ. – Fax: 210-3303909

E-mail: [esi-stat@hol.gr](mailto:esi-stat@hol.gr), Internet: [www.esi-stat.gr](http://www.esi-stat.gr)

Greek Statistical Institute, 5 Solomou str., GR-10683 Athens  
Phone – Fax: ++30-210-3303909

Εκδότης Στατιστικού Περισκοπίου: Χ.Κίτσος

Υπεύθυνος Έκδοσης Περισκοπίου: Διοικητικό Συμβούλιο ΕΣΙ

Επιτροπή Πρακτικών Βόλου:

Σ. Κουνιάς, Τ. Παπαϊωάννου, Ι. Κουτρουβέλης, Γ. Ηλιόπουλος

Διοικητικό Συμβούλιο ΕΣΙ:

Χ. Χαραλαμπίδης, Πρόεδρος, Ι. Κουτρουβέλης Αντιπρόεδρος,

Μ. Βαμβακάρη, Γενικός Γραμματέας, Τ. Παπαϊωάννου, Ειδικός

Γραμματέας, Γ. Ηλιόπουλος, Ταμίας, Χ. Κίτσος, Έφορος Βιβλιοθήκης,

Σ. Κουνιάς, Σύμβουλος